

ĐÁP ỨNG ĐỘNG LỰC HỌC CỦA DẦM SANDWICH 2D-FGM CHỊU KHỐI LƯỢNG DI ĐỘNG

Phạm Vũ Nam¹, Đặng Ngọc Duyên¹

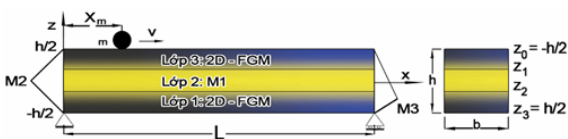
¹Trường Đại học Thủy lợi, email: nampv@tlu.edu.vn

1. GIỚI THIỆU

Dầm sandwich với cơ tính biến thiên liên tục theo cả chiều cao và chiều dài (dầm sandwich 2D-FGM) khắc phục được hiện tượng tách lớp thường gặp trong các dầm sandwich truyền thống. Với các ưu điểm này, dầm sandwich 2D-FGM được thiết kế để chịu các tải trọng phức tạp, kể cả các tải trọng động. Bài báo này nghiên cứu đáp ứng động lực học của dầm sandwich 2D-FGM ba pha chịu tác động của khối lượng di động. Lõi của dầm là vật liệu thuần nhất, trong khi hai lớp ngoài là vật liệu 2D-FGM với tính chất đàn hồi được đánh giá bằng mô hình Maxwell. Phương trình chuyển động dạng rời rạc của dầm được thiết lập trên cơ sở lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất và phương pháp phân tử hữu hạn. Các đặc trưng động lực học của dầm được tính toán nhờ phương pháp tích phân trực tiếp Newmark. Ảnh hưởng của sự phân bố vật liệu, vận tốc của khối lượng di động tới đáp ứng động lực học của dầm được nghiên cứu chi tiết.

2. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Trong bài báo này phương pháp phân tử hữu hạn được sử dụng kết hợp với phương pháp tích phân trực tiếp Newmark để đánh giá đáp ứng động lực học của dầm sandwich 2D-FGM.



Hình 1. Mô hình dầm sandwich 2D-FGM ba pha chịu khối lượng di động

Hình 1 minh họa dầm sandwich 2D-FGM ba pha chịu khối lượng m di động với vận tốc

không đổi v . Dầm có chiều dài L , thiết diện ngang hình chữ nhật với chiều rộng b , chiều cao h . Dầm gồm ba lớp, lõi là vật liệu thuần nhất M1 còn hai lớp ngoài là vật liệu 2D-FGM làm từ ba vật liệu thành phần: M1, M2 và M3. Độ dày giữa các lớp được ký hiệu nhờ ba số tự nhiên, chẳng hạn (1-1-2). Hệ trục tọa độ Đề-các trên hình 1 được chọn với trục x nằm trong mặt giữa của dầm. Tỷ phần thể tích của các vật liệu M1, M2 và M3 được giả định tuân theo hàm số lũy thừa như sau:

$$\begin{cases} v_1 = \left(\frac{z - z_0}{z_1 - z_0} \right)^{n_z} \\ v_2 = \left[1 - \left(\frac{z - z_0}{z_1 - z_0} \right)^{n_z} \right] \left[1 - \left(\frac{x}{L} \right)^{n_x} \right], z \in [z_0, z_1] \\ v_3 = \left[1 - \left(\frac{z - z_0}{z_1 - z_0} \right)^{n_z} \right] \left(\frac{x}{L} \right)^{n_x} \end{cases} \quad v_1 = 1, v_2 = v_3 = 0 \text{ với } z \in [z_1, z_2] \quad (1)$$

$$\begin{cases} v_1 = \left(\frac{z - z_3}{z_2 - z_3} \right)^{n_z} \\ v_2 = \left[1 - \left(\frac{z - z_3}{z_2 - z_3} \right)^{n_z} \right] \left[1 - \left(\frac{x}{L} \right)^{n_x} \right], z \in [z_2, z_3] \\ v_3 = \left[1 - \left(\frac{z - z_3}{z_2 - z_3} \right)^{n_z} \right] \left(\frac{x}{L} \right)^{n_x} \end{cases}$$

Với n_x và n_z là các tham số vật liệu theo chiều dài và chiều cao dầm. Mô hình đồng nhất hóa vật liệu Maxwell được sử dụng trong bài báo này để đánh giá các hệ số đàn hồi của dầm

sandwich 2D-FGM ba pha. Theo mô hình Maxwell, mô-đun khối hiệu dụng (K_f) và mô-đun trượt hiệu dụng (G_f) của vật liệu composite ba pha với pha M3 là pha nền được cho bởi [1].

$$K_f = \left(\sum_{i=1}^3 \frac{V_i}{K_i + \frac{4}{3}G_3} \right)^{-1} - \frac{4}{3}G_3 \quad (2)$$

$$G_f = \left(\sum_{i=1}^3 \frac{V_i}{G_i + G_3^*} \right)^{-1} - G_3^*, \quad G_3^* = G_3 \frac{9K_3 + 8G_3}{6K_3 + 12G_3}$$

Trong đó: K_i , G_i ($i=1..3$) là mô-đun khối và mô-đun trượt của các vật liệu M_1 , M_2 và M_3 . Mô-đun Young hiệu dụng (E_f) và hệ số Poisson hiệu dụng (ν_f) được tính bởi công thức:

$$E_f = \frac{9K_f G_f}{3K_f + G_f}, \quad \nu_f = \frac{3K_f - 2G_f}{6K_f + 2G_f} \quad (3)$$

Mật độ khối (ρ_f) trong nghiên cứu này vẫn được đánh giá từ mô hình Voigt. Mô hình phần tử hữu hạn được xây dựng trên cơ sở lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất, trong đó chuyển vị tại một điểm theo các phương của trục x và trục z cho bởi:

$$u(x, z, t) = u_o(x, t) - z\theta(x, t) \quad (4)$$

$$w(x, z, t) = w_o(x, t)$$

Với θ là góc xoay. Từ phương trình (4) ta tính được các ứng suất dọc trục và trượt:

$$\varepsilon_{xx} = u_{o,x} - z\theta_x \quad (5)$$

$$\gamma_{xz} = w_{o,x} - \theta$$

Trong đó dấu phẩy được chỉ đạo hàm theo biến kế tiếp. Với giả thiết đàn hồi tuyến tính, các thành phần ứng suất được tính theo công thức:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_f & 0 \\ 0 & G_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

Từ các phương trình (5) và (6) năng lượng biến dạng đàn hồi của dầm được viết:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A (A_{11}u_{o,x}^2 - 2A_{12}u_{o,x}\theta_x + A_{22}\theta_{o,x}^2 + \psi A_{33}(w_{o,x} - \theta)^2) dx \quad (7)$$

Với ψ là hệ số điều chỉnh trượt, bằng 5/6 cho dầm có thiết diện ngang hình chữ nhật.

Động năng của dầm nhận được từ công thức (4) có dạng:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \left(I_{11}\dot{u}_o^2 + I_{11}\dot{w}_o^2 - 2I_{12}\dot{u}_o^2\dot{\theta} + I_{22}\dot{\theta}^2 \right) dx \quad (8)$$

Với dấu chấm trên chỉ đạo hàm theo t . Trong các phương trình (6) và (7), A_{ij} và I_{ij} là các hệ số độ cứng và mô-men khối lượng của dầm.

Thế năng của khối lượng di động cho bởi:

$$V = - \int_0^L \left[\begin{matrix} mg - m\ddot{w}_o - 2mv\dot{w}_{o,x} \\ -mv^2w_{o,xx} \\ -m\ddot{u}_o \end{matrix} \right] \delta(x_m - vt) dx \quad (9)$$

Trong đó: $g = 9.8 \text{ m/s}^2$; $m\ddot{u}_o$, $m\ddot{w}_o$ tương ứng là các lực quán tính dọc trục và ngang; $2mv\dot{w}_{o,x}$, $mv^2w_{o,xx}$ là các lực Coriolis và lực ly tâm; $\delta(\cdot)$ là hàm Delta Dirac; x_m là hoành độ tính từ đầu trái của dầm.

Theo phương pháp phần tử hữu hạn ta chia dầm thành NE phần tử hai nút với độ dài l . Chuyển vị và góc quay trong phần tử được nội suy từ các giá trị nút theo công thức

$$u_o = N_u \mathbf{d}, \quad w_o = N_w \mathbf{d}, \quad \theta = N_\theta \mathbf{d} \quad (10)$$

Trong đó: \mathbf{d} là véc-tơ chuyển vị nút phần tử với các thành phần sau:

$$\mathbf{d} = \{u_1 \quad w_1 \quad \theta_1 \quad u_2 \quad w_2 \quad \theta_2\} \quad (11)$$

với u_i, w_i, θ_i ($i=1,2$) là chuyển vị và góc quay tại nút i . Tương tự như trong [2], các hàm tuyến tính được dùng cho chuyển vị dọc trục u_o , trong khi các đa thức Kosmatka được dùng cho chuyển vị ngang w_o và góc xoay θ .

Với trường nội suy sử dụng ta có thể biểu diễn năng lượng U và động năng T trong các phương trình (7), (8) dưới dạng ma trận như sau:

$$U = \sum^{NE} \mathbf{d}^T \mathbf{k} \mathbf{d}, \quad T = \sum^{NE} \dot{\mathbf{d}}^T \mathbf{m} \dot{\mathbf{d}} \quad (12)$$

Trong đó: \mathbf{k} và \mathbf{m} tương ứng là các ma trận độ cứng và ma trận khối lượng phần tử với biểu thức cụ thể cho trong [2]. Tương tự thế năng V cũng có thể viết dưới dạng ma trận:

$$V = \sum^{NE} \dot{\mathbf{d}}^T \mathbf{m}_m \ddot{\mathbf{d}} + \dot{\mathbf{d}}^T \mathbf{c}_m \dot{\mathbf{d}} + \mathbf{d}^T \mathbf{k}_m \mathbf{d} - \mathbf{d}^T \mathbf{f} \quad (13)$$

Trong phương trình trên \mathbf{m}_m , \mathbf{c}_m và \mathbf{k}_m tương ứng là các ma trận khối lượng, ma trận cản và ma trận độ cứng phần tử sinh ra từ các lực quán tính, lực Coriolis và lực ly tâm; \mathbf{f} là véc-tơ lực nút phần tử có dạng

$$f = mg \{0 \quad N_{w1} \quad N_{w2} \quad 0 \quad N_{w3} \quad N_{w4}\}^T \quad (14)$$

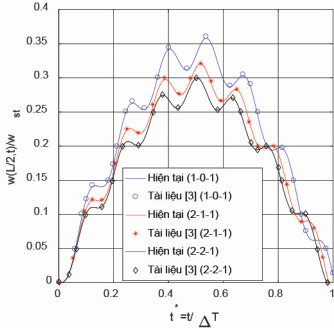
Nối ghép các ma trận độ cứng và véc tơ lực nút phân tử thành các ma trận và véc tơ tổng thể ta thiết lập được phương trình chuyển động dạng rời rạc cho dầm dưới dạng:

$$(M + M_m)\ddot{D} + (C + C_m)\dot{D} + (K + K_m)D = F \quad (15)$$

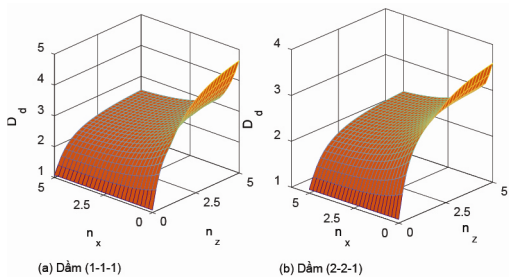
với $M, M_m, C, C_m, K, K_m, F$ là các ma trận khối lượng, ma trận cản, ma trận độ cứng, véc tơ lực nút tổng thể. Phương trình (15) được giải bằng phương pháp tích phân trực tiếp Newmark ẩn, cụ thể là phương pháp gia tốc trung bình.

3. KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU

Hình 2 so sánh đường cong độ võng giữa dầm với thời gian của dầm sandwich 1D-FGM chịu lực di động nhận được trong bài báo với kết quả của Songsuwan và cộng sự trong [3] cho trường hợp mô hình Voigt. Như thấy từ Hình 3, kết quả hiện tại tương đồng với kết quả trong [3] cho tất cả các tỷ số giữa độ dày các lớp của dầm.



Hình 2. So sánh đường cong độ võng giữa dầm với thời gian của dầm sandwich 1D-FGM

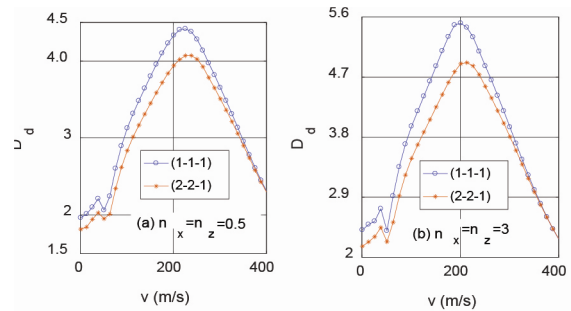


Hình 3. Sự phụ thuộc của tham số D_d vào các tham số vật liệu của dầm sandwich 2D-FGM

Hình 3 minh họa sự phụ thuộc của tham số động lực học $D_d = \max\left(\frac{w(L/2, t)}{w_0}\right)$ (với $w_0 =$

$mgL^3/12E_1I$ là độ võng tĩnh lớn nhất) vào hai tham số vật liệu n_x và n_z của dầm sandwich 2D-FGM ba pha. Kết quả trên hình 3 được tính cho $v=50$ m/s và $m = 0.5\rho_1 AL$ (với $A = bxh$), trong đó tham số động lực học được định nghĩa như trong tài liệu [2].

Như thấy từ Hình 3, các tham số vật liệu đóng vai trò quan trọng tới hệ số động lực học D_d của dầm, trong đó D_d tăng khi n_z tăng và giảm khi tăng n_x . Kết luận này đúng cho cả dầm có tỷ số độ dày giữa các lớp là đối xứng và không đối xứng.



Hình 4. Sự phụ thuộc của tham số D_d vào vận tốc khối lượng m của dầm sandwich 2D-FGM

Sự phụ thuộc của tham số D_d vào vận tốc lực di động được minh họa trên hình 4 cho trường hợp $m = 0.5\rho_1 AL$ và hai cặp tham số vật liệu, $n_x = n_z = 0.5$ và $n_x = n_z = 3$. Tung tự như dầm 2D-FGM trong [2] và dầm 1D-FGM trong [3], khi tăng vận tốc của khối lượng di động tham số D_d trải qua giai đoạn tăng giảm liên tục trước khi tiến tới giá trị cực trị. Tỷ số độ dày giữa các lớp, như ta thấy từ trong hình cũng ảnh hưởng rõ nét tới D_d .

4. KẾT LUẬN

Bài báo nghiên cứu đáp ứng động lực học của dầm sandwich 2D-FMG bằng phương pháp phân tử hữu hạn. Kết quả số cho thấy sự phân bố vật liệu, vận tốc lực di động và tỷ số độ dày giữa các lớp đóng vai trò quan trọng tới ứng xử động lực học của dầm.

5. TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] S.Torquato (2002) Random heterogeneous materials, microstructure and macroscopic properties. Springer, New York.